

$$\underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100}$$

$$\frac{n \cdot (n+1)}{2} \leftarrow \frac{100 \cdot 101}{2}$$

$$\sum_{n=1}^{100} n = 1 + 2 + \dots + 100$$

$$\sum_{i=1}^n i = 1 + \dots + n$$

$$\text{I.A } n=1 \Rightarrow \sum_1^1 1 = 1 \checkmark$$

$$\text{I.V } n \in \mathbb{N} \Rightarrow \sum_{i=1}^n i$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + \dots + 100$$

$$\sum_{i=1}^n i = 1 + \dots + n$$

I.A $n=1 \Rightarrow \sum_{i=1}^1 1 = 1 \checkmark$

I.V $n \in \mathbb{N} \Rightarrow \sum_{i=1}^n i$

I.S $n \rightsquigarrow n+1 : \sum_{i=1}^{n+1} i = 1 + 2 + \dots + n + 1$
 $= \underbrace{1 + 2 + \dots + n}_{\sum_{i=1}^n i} + n + 1$

q.e.d

$$\frac{100}{1} = 1 \cdot \dots 100$$

$$\frac{1}{m=2} m = 1$$

$$2^0 = 1$$

$$m^0 = m^{-1+1} = \frac{1}{m} \cdot m = 1$$

Gaußsche Summenformel

Es gilt

$$1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \frac{101 \cdot 100}{2} = 5050$$

Aber wieso gilt das?

Man überlege sich folgendes:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100$$

$$\underbrace{101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101}_{50 - \text{Mal}}$$

$$\Rightarrow 101 \cdot 50$$

Mathematisch:

Wir beweisen ob

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

immer gilt. Wir beweisen die Gleichung mit der vollständigen Induktion:

$$\text{Induktionsanfang: } \sum_{i=1}^1 i = 1 \quad \checkmark \quad 1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2}$$

$$\text{Induktionsvoraussetzung: Sei } n \in \mathbb{N} \text{ gelte } \sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Induktionsschritt: $n \rightsquigarrow n+1$:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n+1} i &= \underbrace{1 + 2 + \dots + n}_{\sum_{i=1}^n i} + n+1 \\ &= \sum_{i=1}^n i + n+1 \end{aligned}$$

$$= \frac{n \cdot (n+1)}{2} + n+1$$

$$= \frac{n \cdot (n+1)}{2} + \frac{2 \cdot (n+1)}{2}$$

$$= \frac{(n+2) \cdot (n+1)}{2}$$

q.e.d.